

---

# УСКОРЕННОЕ РАСТВОРЕНИЕ КАПЛИ ПРИМЕСНОЙ ЖИДКОСТИ В МЕМБРАННОЙ ПОРЕ (КАПИЛЛЯРЕ), ЗАПОЛНЕННОЙ МИЦЕЛЯРНЫМ РАСТВОРОМ

*В.В. Угрозов, А.Н. Филиппов*

Кафедра высшей и прикладной математики,  
Московский государственный университет пищевых производств

Изучен процесс растворения неподвижной капли примеси в капилляре, моделируемом мембранную пору, в присутствии мицеллярного раствора. Исследовано влияние основных физико-химических параметров жидкой системы на скорость растворения. Используя метод интегральных моментов, получено приближенное аналитическое решение одномерной краевой задачи. Определены скорость растворения, положения межфазной границы капля-растворитель и концентрационного фронта как функции времени. Вычислено время полного растворения капли. Найдено, что время полного растворения капли возрастает при убывании коэффициента диффузии и растворимости капли (равновесной концентрации растворяемой в растворителе субстанции), возрастании константы солюбилизации и размера капли.

*Ключевые слова:* диффузия, растворение, капля, капилляр, скорость солюбилизации, мицеллы.

The process of dissolution of a stagnant drop in a capillary in the presence of a micellar solution is modeled and the effects of the main physico-chemical properties of the fluid system on the dissolution rate are studied. Using the method of integral moments an approximate one-dimensional analytical solution is derived. The dissolution rate, the positions of the drop/solvent interface and the concentration front as functions of time, as well as the time for complete dissolution of the drop are calculated. It has been found that the time for complete dissolution of the drop increases as the diffusion coefficient decreases, the drop solubility (equilibrium concentration of the dissolving substance in the solvent) decreases, the constant of solubilization increases or the drop size increases.

Key words: diffusion; dissolution; drop; capillary, solubilization rate, micelles.

## 1. Введение

Способность поверхностно-активных мицелл растворять/солюбилизировать жидкие капли, имеющие относительно низкую растворимость в воде (обычно капли органических веществ), широко используется в практически значимых процессах, например, в очистке грунта от органических загрязнителей, ускоренной нефтедобыче, сельском хозяйстве, абсорбции кожей фармацевтических или косметических продуктов, мембранном разделении водно-органических смесей и т. п. [1-2]. Во всех этих приложениях и объем растворенной или солюбилизированной в растворителе органической фазы, и скорость растворения являются, безусловно, важными. На самом деле, наши познания о скорости растворения / солюбилизации капель в пористых средах представляются весьма ограниченными.

Следуя работе [3], можно выделить три главные механизмы солюбилизации масла поверхностно-активными мицеллами. Первый из

них – (О)- «объемное действие», когда поверхностно-активные мицеллы могут захватывать молекулы масла, растворенного в водной фазе [4-6]. Необходимо отметить, что механизм (О) наблюдаем только с маслами, которые проявляют хотя бы некоторую растворимость в воде. Второй механизм – (П) – «поверхностное действие», когда солюбилизация проявляется как следствие проходящей адсорбции поверхностно-активных мицелл на границе раздела вода-масло [2, 7-10]. Механизм (П) может действовать для масел, практически нерастворимых в воде, таких как триглицериды. Следует отметить, что проявление механизма (П) может быть полностью подавлено, если присутствует электростатическое отталкивание (двойной слой) между мицеллами и каплями масла. Третий механизм – (С) – «совместное действие», реализуем в случае гидрокарбонатов, которые имеют достаточно низкую растворимость в воде, так что оба первых механизма могут одновременно присутствовать. Вообще, наши знания скоростей растворения / солюбилизации капель огра-

ничены хотя бы потому, что при выполнении экспериментов с ваннами эмульсиями наблюдались сложные «коллективные» явления [11-13]. Было зарегистрировано одновременное наличие двух противоположных физических процессов: убывание размера капли и счетной концентрации вследствие мицеллярной сольюбилизации и возрастание среднего размера капли из-за Оствальдова эффекта (Ostwald ripening) [11-13]. Недавно для упрощения экспериментальной системы и следуя Миллеру и др. [14, 15], многие исследователи стали выполнять эксперименты с одиночной каплей масла в неподвижном водном растворе ПАВ. Однако, в течение длительного времени математические модели процесса растворения даже для одной капли практически отсутствовали. Лишь сейчас теоретические работы, посвященные описанию процесса растворения, начали публиковаться. В процессе растворения индивидуальной капли в мицеллярном растворе сольюбилизация мицеллой молекулы масла играет преобладающую роль. Но, как было указано в работе [15], в общем случае механизм сольюбилизации регулируется, по крайней мере, пятью ступенями (стадиями), так что строгое математическое описание должно быть весьма сложным. Таким образом, необходимо применять некоторые упрощения механизма сольюбилизации. В качестве примера такого упрощения можно привести работу [4], где выражения для потока молекул масла с плоской или сферической поверхности капли были выведены в предположении устоявшегося процесса растворения. В рамках принятого приближения были получены очень интересные экспериментальные результаты касательно растворения сферической капли бензола и п-декана, находящихся на плоской поверхности [3]. Кроме того, авторами [3] была также найдена сложная зависимость времени растворения от радиуса капли, хотя они не смогли получить явную зависимость радиуса капли от времени. Диффузионный механизм сольюбилизации в процессе растворения капли (капель) применялся также в работе [16] при использовании такого же допущения относительно стационарности процесса растворения. К сожалению, авторам упомянутых обеих работ не удалось получить простое аналитическое выражение для изменения размера капли в нестационарном процессе

ее растворения в зависимости от физико-химических параметров исследуемой системы.

Кэрролл [9] измерил скорости растворения жидких гидрокарбонатов в водных мицеллярных растворах и обнаружил, что отношение скорости растворения к единице площади межфазной поверхности (капля-растворитель) постоянно для данной жидкой системы. Более того, скорость растворения не зависит от начального размера капли в случае фиксированных композиций обеих фаз – и масляной, и раствора ПАВ. Скорость растворения растет с возрастанием температуры для неионогенных ПАВ. Этот рост становится экстремально быстрым при приближении температуры к точке помутнения для используемого в эксперименте конкретного ПАВ. Скорость растворения/сольюбилизации убывает при возрастании относительной молекулярной массы гидрокарбоната. Из экспериментов по изучению эффекта Оствальда (Ostwald ripening) Кабалнов [4-5] обнаружил, что скорость переноса п-декана в водном растворе чистого натрий-додецил-сульфата (НДС) не зависит от концентрации ПАВ. В подобных экспериментах Тэйлор [17], а также Сома и Пападопулос [18] выявили лишь малый рост скорости сольюбилизации декана с возрастанием концентрации НДС. Кабалнов предложил качественный механизм эффекта Оствальда (Ostwald ripening) [5], в котором мицеллы не находятся в равновесии с растворенным маслом, окружающим капли, не могут достаточно быстро сольюбилизировать масло и очень быстро диффундируют от капель.

Отсутствие приемлемой математической модели растворения даже единичной капли в мицеллярном растворе (с концентрацией выше критической концентрации мицеллообразования – ККМ) задерживает изучение реальных механизмов исследуемого процесса. Целью данной работы является построение такой математической модели, описывающей процесс растворения единичной неподвижной капли в капилляре, заполненном водным мицеллярным раствором с концентрацией выше ККМ. Используя метод интегральных моментов, получено аналитическое решение задачи и явно вычислены время полного растворения капли, скорость растворения и расстояние концентрационного фронта от капли как функции определяющих физико-

химических параметров (растворимости капли, постоянной скорости сольubilизации и коэффициента диффузии).

## 2. Теоретическая модель

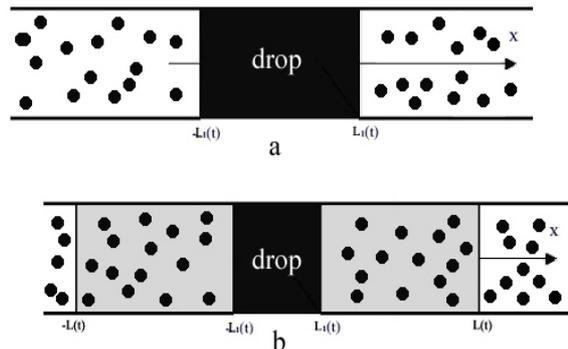
Рассмотрим стационарную каплю чистого вещества 2 плотности  $\rho_0$  и длины  $2L_0$ , помещенную подобно пробке в цилиндрический капилляр (мембранную пору) длины  $L_c \gg L_0$ .

Капилляр первоначально заполнен мицеллярным раствором растворителя 1 (Рис. 1). Начало одномерной системы координат поместим в центр капли. Так как скорость растворения субстанции 2 в растворителе является конечной и определяется конечной скоростью, с которой концентрационный фронт субстанции 2 движется в растворителе, то для моделирования процесса можно использовать метод интегральных моментов [19-22]. Предположим, что перед фронтом  $L(t)$  нет растворимого вещества (Рис. 1). Далее предполагаем, что равновесие на поверхности капля-растворитель достигается мгновенно и концентрация вещества 2 в растворе на межфазной поверхности равна  $c(L_1(t), t) = c_{eq}$ . Такое же допущение прини-

малось во внимание и в работе [4]. Здесь  $c$  – концентрация вещества 2 диффундирующего в растворитель,  $c_{eq}$  – растворимость (равновесная концентрация) вещества 2 в растворителе и  $L_1(t)$  – расстояние от начала координат до поверхности капля-растворитель, т.е. половина длины капли в момент времени  $t$  (Рис. 1). Следует заметить, что граничное условие в работе [3] было выбрано так, чтобы учесть поверхностное сопротивление переносу массы к поверхности

$-\frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=L_1(t)} = \alpha(c_{eq} - c(L_1(t), t))$ , где  $\alpha$  – коэф-

фициент массопереноса молекул масла вдоль межфазной поверхности вода-масло. Действуя по аналогии с работами [3, 4], будем предполагать здесь, что сольubilизация идет по объемному механизму (О) и происходит необратимая реакция:  $M_n + O \rightarrow M_{n+1}$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N$ . Здесь  $O$  и  $M_n$  означают, соответственно, молекулу масла и мицеллу, которая содержит  $n$  объединенных молекул масла,  $N$  – максимальное число молекул масла, которые может захватить мицелла.



**Рис. 1.** Схематичное представление растворения капли в капилляре, заполненном мицеллярным раствором. ● - Мицелла.

Отметим здесь, что мицеллы ПАВ сольubilзируют молекулы вещества 2 внутри себя, и будем обозначать через  $a$  концентрацию вещества 2 сольubilизированного в мицеллах. Концентрация  $a$  является функцией и координаты, и времени.

Принимая во внимание сделанные выше допущения, процесс растворения капли может быть описан следующим уравнением

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial a}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \quad L_1(t) < x < L(t) \quad (1)$$

где  $D$  – коэффициент диффузии субстанции 2 в растворе,  $x$  – продольная координата (вдоль оси симметрии капилляра). Соответствующие граничные и начальные условия для  $c(x, t)$  и  $a(x, t)$  могут быть записаны следующим образом

$$\begin{aligned} c(L(t), t) &= 0; \\ (\partial c / \partial x)_{x=L(t)} &= 0; \\ c(L_1(t), t) &= c_{eq} \\ a(L(t), t) &= 0; \\ a(L_1(t), t) &= 0; \end{aligned} \quad (2)$$

$$c(L_0, 0) = 0; a(L_0, 0) = 0$$

Последнее граничное условие,  $a(L_1(t), t) = 0$ , следует из предположения об отсутствии мицелл на поверхности капли, поскольку растворение происходит по механизму (О). Это означает, что диффузионная подвижность мицелл достаточно высока (в сравнении с процессом сольubilизации) и, следовательно, можно предположить, что сольubilизация вещества 2 в ми-

целлах является необратимой (нет возврата солюбилизированного вещества 2 из мицеллы в объемный раствор). Поэтому, следуя работам [3, 4], запишем

$$\frac{\partial a}{\partial t} = k_a c \quad (3)$$

где  $k_a = k_+ c_m$ ,  $k_+$  – постоянная скорости реакции солюбилизации,  $c_m$  – начальная концентрация мицелл.

Следует подчеркнуть, что краевая задача (1)-(3) пока еще не является полной. Вместо формулировки второго граничного условия на свободной границе  $L_1(t)$  (которое обычно должно быть некоторой модификацией хорошо известного условия Стефана) мы используем ниже закон сохранения для концентрации. Конечно, оно является особенным граничным условием (а именно, некоторым видом условия подобного условию Стефана) на свободной границе, дающим весьма специфическую зависимость скорости фронта  $L_1'(t)$  от градиента концентрации на той же свободной границе  $\left. \frac{\partial c}{\partial x} \right|_{x=L_1(t)} = 0$  [23]. По-

скольку мы будем искать приближенное решение поставленной краевой задачи (1)-(3), используя метод интегральных моментов [19-22], то концентрация  $c(x,t)$  может быть записана в следующей форме

$$c(x,t) \approx A(t) + B(t)x + E(t)x^2 \quad (4)$$

где  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $E(t)$  являются неизвестными функциями текущего времени, которые должны быть найдены с помощью граничных и начальных условий, а также ряда интегральных соотношений, используемых вместо уравнения (1) для того, чтобы замкнуть краевую задачу.

В соответствии с первым и вторым граничными условиями (2), получаем

$$\begin{aligned} A(t) &= -[B(t)L + E(t)L^2], \\ E(t) &= -B(t)/2L \end{aligned} \quad (5)$$

Следовательно, уравнение (4) может быть переписано в следующем виде

$$c(x,t) = A(t) \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \quad (6)$$

Используя третье граничное условие для  $c(x,t)$ , из соотношения (2) имеем

$$c(x,t) = c_{eq} \frac{\left(1 - \left(\frac{z}{l}\right)\right)^2}{(1-y)^2} \quad (7)$$

где введены следующие безразмерные переменные:  $l = L/L_0$ ,  $l_1 = L_1/L_0$ ,  $z = x/L_0$ , и  $y = l_1/l$ .

Закон сохранения массы для вещества 2 в капилляре замыкает краевую задачу (1)-(3) и позволяет записать

$$\rho_0 l_1 + \int_{l_1}^l (a + c) dz = \rho_0 \quad (8)$$

Дифференцирование уравнения (8) по времени и применение правила Лейбница для дифференцирования интеграла, содержащего концентрацию  $a(x,t)$ , вместе с граничными условиями (2) и уравнением (1) дает

$$k \frac{d l_1}{d \tau} = -\frac{d \nu}{d \tau} - k_a \tau_R \nu \quad (9)$$

где  $k = 3 \rho_0 / c_{eq}$  и  $\nu = l - l_1$ . Здесь  $\tau = t / \tau_R$  – безразмерное время, а  $\tau_R = L_0^2 / D$  – характерное время растворения капли.

Для вычисления явной зависимости  $l$  и  $l_1$  от времени в соответствии с [19-22] используем специальное интегральное соотношение, которое может быть получено путем умножения уравнения (1) на фактор  $w(z) = 1$  и последующего интегрирования в пределах от  $l_1(t)$  до  $l(t)$ . То есть, мы вычисляем момент нулевого порядка от членов уравнения (1) и в результате получаем

$$\int_{l_1}^l \frac{\partial}{\partial \tau} (c + a) dz = \int_{l_1}^l \frac{\partial^2}{\partial z^2} c(z, \tau) dz \quad (10)$$

Интегрируя уравнение (10) и преобразуя его с использованием уравнений (3) и (7), имеем

$$3 \frac{d\ell_1}{d\tau} = -\frac{dv}{d\tau} - k_a \tau_R v + \frac{6}{v} \quad (11)$$

Уравнения (9) и (11) образуют систему дифференциальных уравнений, которая может быть решена, используя  $l_1(0) = 1$  в качестве начального условия. Решение этой системы имеет следующий вид

$$\ell - \ell_1 = u \sqrt{\frac{\beta}{\kappa}} \quad (12)$$

где  $u = \sqrt{1 - e^{-2k_a t}} = \sqrt{1 - e^{-2\kappa\tau}}$ ,  $\kappa = k_a \tau_R$ ,  $\beta = 6k/(k-3)$ .

Таким образом, уравнения (11) и (12) дают

$$\ell_1 = 1 - \frac{3}{(k-3)\sqrt{\kappa\beta}} \ln \frac{1+u}{1-u} \quad (13)$$

Из формул (12) и (13) можно проследить асимптотическое поведение  $l_1$  в начальные моменты растворения капли ( $\tau \rightarrow 0$ ), а именно

$$\ell_1 \approx 1 - \sqrt{\frac{12\tau}{k(k-3)}} \quad l \approx l_1 + \sqrt{\frac{12k\tau}{(k-3)}} \quad \tau \rightarrow 0 \quad (14)$$

То есть, первоначально размер капли сокращается пропорционально  $\sqrt{\tau}$  или  $\sqrt{t}$ .

Для времен  $t \gg 1/(2k_a)$  уравнение (13) дает

$$\ell_1 \approx 1 - \frac{6 \ln 2}{(k-3)\sqrt{\kappa\beta}} - \frac{6\tau}{(k-3)} \sqrt{\frac{\kappa}{\beta}} \quad t \gg 1/(2k_a) \quad (15)$$

Соотношение (15) показывает линейное сокращение размера капли с течением времени для относительно больших времен.

Скорость растворения капли может быть вычислена из уравнения (13) с помощью его дифференцирования по времени  $\tau$

$$\frac{d\ell_1}{d\tau} \approx -\frac{6}{(k-3)} \sqrt{\frac{\kappa}{\beta}} \frac{1}{\sqrt{1 - e^{-2\kappa\tau}}} \quad (16)$$

в то время как скорость, с которой движется фронт концентрации, дается следующей формулой

$$\frac{d\ell}{d\tau} = \left(\beta - \frac{6e^{2\kappa\tau}}{(k-3)}\right) \sqrt{\frac{\kappa}{\beta}} \frac{e^{-2\kappa\tau}}{\sqrt{1 - e^{-2\kappa\tau}}} \quad (17)$$

Капля полностью растворится когда  $l_1(\tau_c) = l_1(t_c) = 0$ . Поэтому, приравнявая выражение (13) нулю, можно вычислить время  $t_c$ , необходимое для полного растворения капли, т.е.

$$t_c = \ln(\cosh \gamma) / k_a \quad (18)$$

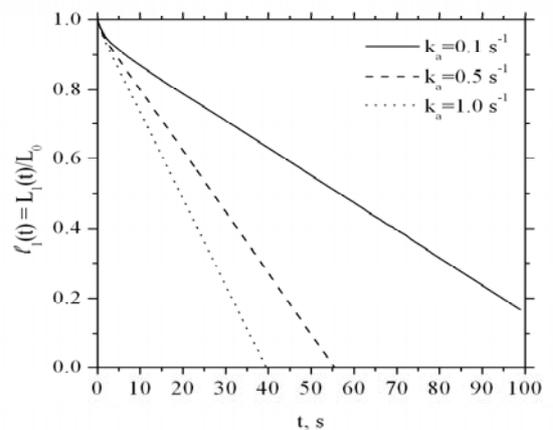
где  $\gamma = (k-3)\sqrt{\kappa\beta}/6$ .

При условии  $\gamma \gg 1$  (например, когда растворимость вещества 2 относительно низкая) можно получить весьма простое выражение для  $t_c$

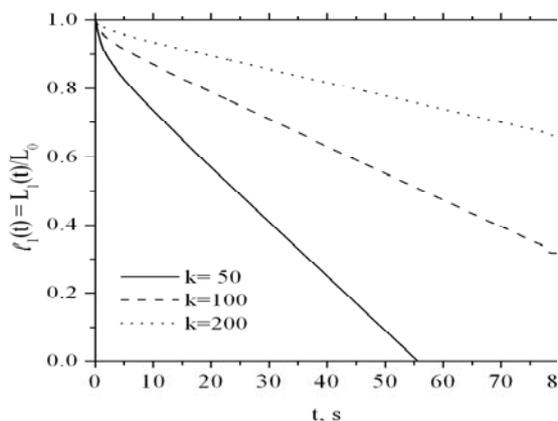
$$t_c = \sqrt{\frac{\tau_R(k-3)k}{6k_a}} \quad \gamma \gg 1 \quad (19)$$

### 3. Результаты и обсуждение

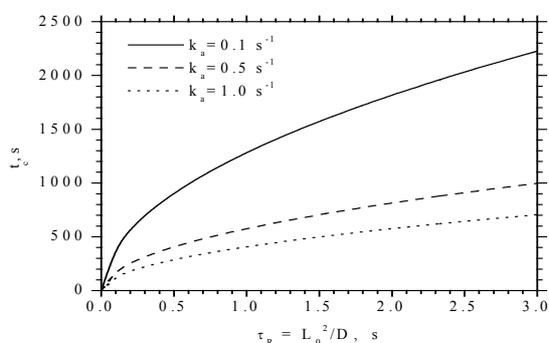
Рис. 2 показывает сокращение размера капли в процессе растворения для различных значений



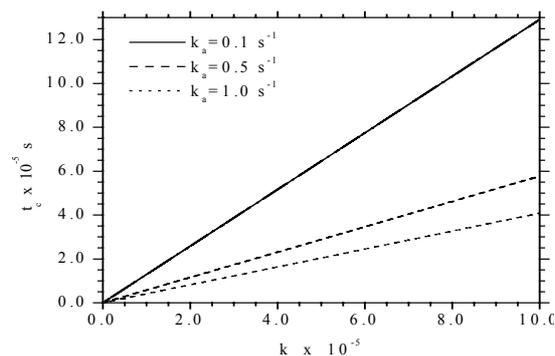
**Рис. 2.** Сокращение размера капли со временем в процессе растворения для различных значений константы скорости сольubilизации  $k_a$  ( $D = 10^{-6} \text{ см}^2/\text{сек}$ ,  $L_0 = 10^{-3} \text{ см}$ ,  $k = 3\rho_0/c_{eq} = 100$ ).



**Рис. 3.** Сокращение размера капли со временем в процессе растворения для различных значений коэффициента растворимости  $k$  ( $D = 10^{-6}$  см<sup>2</sup>/сек,  $L_0 = 10^{-3}$  см,  $k_a = 0,1$  сек<sup>-1</sup>).



**Рис. 4.** Зависимость времени полного растворения капли  $t_c$  от характерного времени процесса  $\tau_R = L_0^2/D$  для различных значений константы скорости солюбилизации  $k_a$  ( $D = 10^{-6}$  см<sup>2</sup>/сек,  $L_0 = 10^{-3}$  см,  $k = 3\rho_0/c_{eq} = 1000$ ).



**Рис. 5.** Зависимость времени полного растворения капли  $t_c$  от коэффициента растворимости  $k = 3\rho_0/c_{eq}$  для различных значений константы скорости солюбилизации  $k_a$  ( $D = 10^{-6}$  см<sup>2</sup>/сек,  $L_0 = 10^{-3}$  см).

чений константы скорости солюбилизации. Сокращение размера капли пропорционально  $\sqrt{t}$  в начале процесса и становится пропорциональным  $t$  при прогрессировании растворения. Вид-

но, что скорость растворения значительно возрастает с ростом константы скорости солюбилизации. Этот рост наиболее заметен для относительно больших значений константы скорости солюбилизации  $k_a$ . Скорость растворения существенно растет при возрастании растворимости  $c_{eq}$  капли (или, в безразмерной форме, при убывании коэффициента растворимости  $k = 3\rho_0/c_{eq}$ ) (Рис. 3).

Влияние  $k_a$  и  $c_{eq}$  на время полного растворения показано на рис. 4 и 5. Видно, что время полного растворения капли  $t_c$  убывает с ростом константы скорости солюбилизации  $k_a$ , и/или растворимости  $c_{eq}$ .

В отсутствие мицелл, т.е., когда  $k_a=0$ , время полного растворения  $t_{c,0}$ , может быть вычислено из соотношения (18) и равно

$$t_{c,0} = k_0^2 \tau_R / 12 \quad (20)$$

где  $k_0 = 3\rho_0/c_{eq,0}$  и  $c_{eq,0}$  – растворимость капли в отсутствие мицелл. Данный результат находится в согласии с полученным в работах [12, 23].

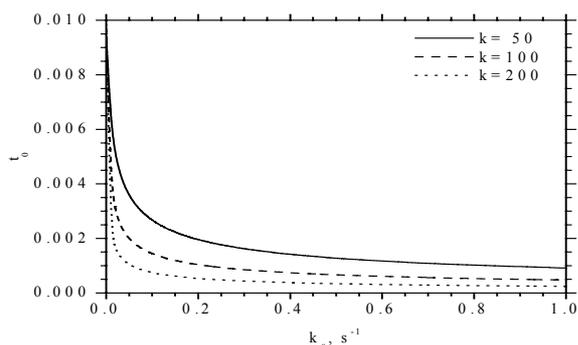
Для того чтобы сравнить  $t_c$  и  $t_{c,0}$ , то есть, времена необходимые для полного растворения капли в случае присутствия и отсутствия мицелл, соответственно, необходимо отметить, что растворимости капли в обоих случаях различны. Обозначим через  $r$  отношение этих растворимостей, т.е.  $r = c_{eq,0}/c_{eq} < 1$ . Следовательно,

$k_0 = 3\rho_0/c_{eq,0} = 3\rho_0/(rc_{eq}) = k/r$  и отношение  $t_0 = t_c/t_{c,0}$  определяется следующим выражением

$$t_0 = \frac{t_c}{t_{c,0}} = \frac{12 \ln(\cosh \gamma)}{k_a k^2 \tau_R} r^2, \quad (21)$$

которое является мерой убывания времени растворения капли из-за присутствия мицелл в случае концентраций выше ККМ.

Рис. 6 иллюстрирует влияние присутствия мицелл на отношение  $t_0$  в соответствии с соотношением (21). Видно, что рост скорости солюбилизации (например, при увеличении  $k_a$ ) приводит к возрастанию скорости процесса растворения, особенно для относительно малых значений  $k_a$ . Скорость растворения можно также увеличить, уменьшая коэффициент растворимости (например, при увеличении  $c_{eq}$ ).



**Рис. 6.** Влияние значений константы скорости солубилизации  $k_a$  на отношение времен полного растворения капли в присутствии и отсутствии ПАВ для различных значений коэффициента растворимости  $k$  ( $D = 10^{-6}$  см<sup>2</sup>/сек,  $L_0 = 10^{-3}$  см,  $r = 0,1$ ).

#### 4. Выводы

В работе развита одномерная математическая процесса модель растворения капли в капилляре, заполненном мицеллярным раствором концентрации выше ККМ. Для простоты, и капля, и мицеллярный раствор рассматриваются неподвижными и взаимодействием между жидкой и твердой фазами (контактными углами и, следовательно, сферичностью мениска капля-растворитель, смачивающими пленками и т.п.) пренебрегается. Получены аналитические выражения для скорости растворения, сокращения размера капли с течением времени, времени полного растворения капли, и расстояния концентрационного фронта от капли как функции времени. Основные выводы из теоретического анализа проблемы могут быть сформулированы следующим образом:

- Сокращение длины капли пропорционально  $\sqrt{t}$  на начальной стадии процесса и становится пропорциональным  $t$  для относительно больших времен.
- Скорость уменьшения длины капли значительно возрастает с ростом константы скорости солубилизации  $k_a$  (особенно для относительно больших значений  $k_a$ ) и/или с ростом растворимости капли  $c_{eq}$ .
- Скорость распространения концентрационного фронта возрастает, если константа скорости солубилизации  $k_a$  убывает.
- Время полного растворения капли увеличивается, если растёт объем капли и/или убывает коэффициент диффузии. Оно также

увеличивается при возрастании константы скорости солубилизации  $k_a$  и/или убывании растворимости капли.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Еврокомиссии (Программа INCO-COPERNICUS, проект PL979098) и РФФИ (проект №01-01-00276).*

#### Литература

1. J. Falbe, Surfactants in Consumer Products: Theory, Technology and Application, Springer-Verlag, New York, 1986.
2. A. J. Ward, C. A. Miller, in book: Solubilization in Surfactant Aggregates (S. D. Christian and J.F. Scameborn, Eds.), Dekker, New York, 1995, p.237.
3. P. D. Todorov, P. A. Kralchevsky, N. D. Denkov, G. Broze, A. J. Mehretab, Colloid Interface Sci. 245 (2002) 371.
4. A. Kabalnov, J. Weers, Langmuir 12 (1996) 3442.
5. A. Kabalnov, J. Dispersion Sci. Technol. 22 (2001) 1.
6. D. J. L. Pak, L. M. Abriola, W. J. Jr. Weber, K. A. Brcksky and K. D. Pennel, Environ. Sci. Technol. 34 (2000) 476.
7. C.A. Miller in Handbook of Surface and Colloid Chemistry, (K. S. Birdi, Ed.), CRC Press, Boca Raton, FL, 1997. p.157.
8. B.-H. Chen, C.A. Miller and P. R. Garrety, Colloids Surf. A 128 (1997) 129.
9. B.J. Carroll, J. Colloid Interface Sci., 79 (1981) 126.
10. A.S. Mayer, L. Zhong and G.A. Pope, Environ.Sci.Technol. 33 (1999) 2965.
11. J. Weiss, J. N. Coupland and D. J. McClements, J.Phys.Chem. 100 (1996) 1066.
12. J. Weiss, J. N Coupland, D. Brathwaite and D. J. McClements, Colloids Surf. A. 121 (1997) 53.
13. J. Weiss, D. J. McClements, Langmuir 16 (2000) 5879.
14. J.-C. Lim, C. A. Miller, Langmuir 7 (1991) 2021.
15. J. I. Shaeiwutz, A. F. C. Chan, E.L. Cussler, D. F. Evans, J. Colloid Interface Sci. 84 (1981) 84.
16. D. Sailaja, K.L. Suhasini, S. Kumar and K.S. Gandhi, Langmuir 19 (2003) 4014.
17. P. Taylor, Colloids Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects, 99 (1995) 175.
18. J. Soma and K. D. Papadopoulos, J. Colloid Interface Sci., 181 (1996) 225.
19. B.A. Finlayson and I.E. Scriven, A Review. Appl. Mech. Revs., 19 (1966) 735.
20. L.A. Kozdoba, Methods of Solution of Non-linear Heat-transfer Problems, Nauka Publishing House, Moscow, 1975 (in Russian).
21. B.B. Угрозов, П.П. Золотарев, Известия Академии Наук СССР. 8 (1981) 1705.
22. B.B. Угрозов, П.П. Золотарев, Известия Академии Наук СССР. 8 (1982) 239.
23. V. V. Ugrozov, A. N. Filippov, C. A. Paraskeva, G. N. J. Constantinides and V.M. Starov, Colloids Surf. A. 239 (2004) 129.